



## Zadania na XVIII Podkarpacki Konkurs Matematyczny im. Franciszka Lejki

### Poziom I

(klasy pierwsze szkół ponadgimnazjalnych i klasy trzecie gimnazjów)

Etap powiatowy

17 lutego 2018 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Udowodnij, że dla  $n \in \mathbb{N}$  i  $n > 2$  ułamek  $\frac{n^4 - 3n^2 + 1}{n^4 - n^2 - 2n - 1}$  jest ułamkiem właściwym, większym od  $\frac{1}{2}$ .
2. W trapezie ABCD, przedłużenia ramion AD i BC przecinają się pod kątem prostym w punkcie E. Ponadto wiadomo, że  $|BC| = 8$  oraz  $\angle DAC = \angle ABC = 30^\circ$ . Oblicz stosunek pola trójkąta ABE do pola trapezu ABCD.
3. Rozwiąż równanie ( bez użycia kalkulatora do obliczania potęg i pierwiastków): 
$$\frac{\sqrt{1+2019\sqrt{1+2018 \cdot 2016}}}{2018} = \frac{4^5}{2^5x-x}$$
4. W trójkącie równobocznym ABC przedłużono wysokość BD poza bok AC, w taki sposób, że  $|BK| = |AC|$ . Wiedząc, że długość boku trójkąta równobocznego wynosi  $a$ , oblicz obwód trójkąta ACK i jego kąt przy wierzchołku K.
5. Pan Jan porządkował książki, układając je na trzech półkach. Zauważył, że liczby książek na tych półkach są liczbami pierwszymi, takimi, że ich iloczyn jest 11 razy większy od ich sumy. Po ile książek znajdowało się na tych półkach?

Powodzenia!